Maria Piekarska

Metody kombinatoryczne w teorii punktów stałych

Streszczenie

W pracy podejmujemy badania nad zastosowaniami metod kombinatorycznych w teorii punktów stałych. Pokazujemy nowe podejście do znanych twierdzeń z zakresu kombinatoryki i topologii takich jak: lemat Spernera, twierdzenie szachowe Steinhausa, twierdzenie Borsuka–Ulama, lemat Ky Fana, twierdzenie Poincaré–Mirandy.

Zdefiniujemy nowe typy wielościanów: n-istotne wielościany oraz n-Borsuk–Ulam wielościany i opiszemy je na przykładach. Stosując techniki kombinatoryczne i metody teorii grafów rozszerzymy klasę przestrzeni, dla których da się sformułować i udowodnić wybrane klasyczne twierdzenia teorii punktów stałych. Przeprowadzimy algorytmiczne dowody kombinatorycznych analogów tych twierdzeń. Pokażemy procedurę znajdowania łańcucha łączącego przeciwległe brzegi kostki oraz konstrukcje tworzenia łańcuchów w n-istotnym wielościanie i w n-Borsuk–Ulam wielościanie.

Główne wyniki rozprawy obejmują przedstawienie dowodu Wielokolorowego Twierdzenia Szachowego Steinhausa na kostce I^n oraz uogólnienie twierdzenia Poincaré–Mirandy poprzez rozszerzenie na n-istotne wielościany i twierdzenia Borsuka–Ulama poprzez rozszerzenie na n-Borsuk–Ulam wielościany. Ponadto, zaprezentujemy dowody lematów o istnieniu nieparzystej liczby $(n+1)$-pokolorowanych n-sympleksów w n-istotnym kompleksie oraz nieparzystej liczby właściwych n-sympleksów w n-Borsuk–Ulam kompleksie.